

# Fonction racine n-ième

**Théorème 1** (et définition).  $n \in \mathbb{N}^*$

La fonction  $x \mapsto x^n$  est continue et strictement croissante sur  $\mathbb{R}_+$  donc elle est bijective de  $\mathbb{R}_+$  vers  $\mathbb{R}_+$  et admet une bijection réciproque appelée *fonction racine n-ième* et notée  $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$  ou  $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ .

**Exemple 2.** —  $\sqrt[1]{x} = x$ ,

—  $\sqrt[2]{x} = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$  (racine carrée),

—  $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$  appelée la racine cubique de  $x$ .

**Notation 3.**

$$\sqrt[n]{x^p} = (x^p)^{\frac{1}{n}} = x^{\frac{p}{n}}$$

Résolution de l'équation  $x^n = a$

- si  $n$  est pair et  $a \geq 0$  alors  $x = \sqrt[n]{a}$  ou  $x = -\sqrt[n]{a}$
- si  $n$  est impair et  $a \geq 0$  alors  $x = \sqrt[n]{a}$
- si  $n$  est pair et  $a < 0$  alors pas de solution.
- si  $n$  est impair et  $a \leq 0$  alors  $x = -\sqrt[n]{-a}$

**Exemple 4.** 1.  $x^3 = 8 \iff x = \sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$

2.  $x^3 + 1 = 0 \iff x^3 = -1 \iff x = -\sqrt[3]{1} = -1$

3.  $x^4 = 3 \iff x = \sqrt[4]{3}$  ou  $x = -\sqrt[4]{3}$