

Fonction de raccordement

Recherche d'un ensemble de définition d'une fonction de raccordement

f_1 et f_2 sont deux fonctions numériques d'ensembles de définition respectifs D_1 et D_2 .

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{si } x < a \\ f_2(x) & \text{si } x \geq a \end{cases}$ a réel.

f_1 désigne la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, a[$ et f_2 désigne la restriction de f à l'intervalle $[a, +\infty[$. On a alors :

$f(x)$ existe si et seulement si $\begin{cases} f_1(x) \text{ existe dans } \mathbb{R} \\ x < a \end{cases}$ ou $\begin{cases} f_2(x) \text{ existe dans } \mathbb{R} \\ x \geq a \end{cases}$

$f(x)$ existe si et seulement si $\begin{cases} x \in D_1 \\ x < a \end{cases}$ ou $\begin{cases} x \in D_2 \\ x \geq a \end{cases}$

$f(x)$ existe si et seulement si $x \in D_1 \cap]-\infty, a[$ ou $x \in D_2 \cap [a, +\infty[$

On note S_1 l'ensemble des solutions du premier système et S_2 celui du second.

Finalement l'ensemble de définition de la fonction f est la **réunion** $S_1 \cup S_2$.

$$D_f = S_1 \cup S_2$$

Exemple 1. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{si } x \geq 2 \\ x+3 - \frac{2}{x-1} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

Déterminons l'ensemble de définition de f .

Solution

$f(x)$ existe si et seulement si $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x < 2 \end{cases}$

$f(x)$ existe si et seulement si $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x \neq -1 \\ x < 2 \end{cases}$

$f(x)$ existe si et seulement si $x \geq 2$ ou $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, 2[$

donc $f(x)$ existe si et seulement si $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup [2, +\infty[$

D'où $D_f =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$