# Primitives (TS2)

**Exercice 1** (Type 1 – Reconnaissance et calcul direct de primitives)**.** Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = x^3$
2. $f_2(x) = \dfrac{1}{x^2}$
3. $f_3(x) = \cos(3x)$
4. $f_4(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
5. $f_5(x) = 2\cos x \sin x$

**Exercice 2** (Type 2 – Application de méthodes)**.** Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes, en posant une substitution adaptée si nécessaire :

1. $f(x) = x(3x^2-1)^3$
2. $f(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)^2}$
3. $f(x) = (x^2+1)^5$
4. $f(x) = \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

**Exercice 3** (Calcul de primitives)**.** Soit la fonction $f$ définie sur $[0,\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^3}{(1+x^2)^3} + \dfrac{x^2}{(1+x^3)^2\sqrt{1+x^3}}$.

1. Justifier que $f$ admet des primitives sur $[0,\ +\infty[$.
2. Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que : $\dfrac{x^3}{(1+x^2)^3} = \dfrac{ax}{(1+x^2)^2} + \dfrac{bx}{(1+x^2)^3}$.
3. En déduire la primitive $F$ de $f$ sur $[0,\ +\infty[$ qui s'annule en 0.

**Exercice 4** (Calcul de primitives)**.** Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = (\cos 3x + \cos x)\cos x$.

1. Déterminer les réels $a$ , $b$, $c$ et $d$ tels que : $g(x) = a + b\cos 2x + c\cos 4x + d\cos 6x$.
2. En déduire une primitive de $g$ sur $\mathbb{R}$.

**Exercice 5** (Type 3 – Justification, lien entre dérivée et primitive)**.** Soit $f$ la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln x$.

1. Justifier que $f$ admet une primitive sur $]0, +\infty[$.

2. On considère la fonction $F(x) = x\ln x - x$. Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur $]0, +\infty[$.
3. Déterminer une primitive de $g(x) = \ln(3x)$ sur $]0, +\infty[$.

**Exercice 6** (Type 3 – Primitives avec exponentielle)**.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.

1. Montrer que $f$ est continue sur $\mathbb{R}$.
2. Justifier que $f$ admet une primitive sur $\mathbb{R}$.
3. En posant $F(x) = (x-1)e^x$, montrer que $F$ est une primitive de $f$.
4. Déterminer la primitive $G$ de $f$ dont la courbe passe par le point $(0;1)$ .

**Exercice 7** (Situation complexe)**.** Une entreprise modélise la température (en °C) d'un four en fonction du temps $t$ (en minutes) par la dérivée $T'(t) = 4t - 20$, valable pour $t \in [0, 10]$.
On sait qu'à l'instant $t = 0$, la température est de $300^\circ$C.
À quel instant la température est-elle minimale ? Quelle est cette température ?