

# Nombres complexes 1

## Initiation sur les nombres complexes

**Exercice 1** 1. Rappeler la forme algébrique d'un nombre complexe  $z$ .

2. Déterminer la forme algébrique les nombres complexes suivants.

$$\mathbf{a)} \quad z = (4 + i\sqrt{3})(1 - i) \quad \mathbf{b)} \quad z = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{3}}{\sqrt{2} - i\sqrt{3}} \quad \mathbf{c)} \quad z = \frac{-1 - 2i}{(1 + i)^2} \quad \mathbf{d)} \quad z = \frac{3 - 2i}{2 + i} - \frac{i + 3}{1 - i}$$

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes. On donnera les solutions sous forme algébrique.

1.  $5iz - 3 = -2z - 5i$

2.  $\frac{iz + 1}{z - 3i} = 2 + i$

3.  $(1 - i)\bar{z} = 1 - 3i$

4.  $(z - i)^2 + (z - 3i)^2 = 0$

5.  $2z - \bar{z} = 3 - 6i$

6.  $(3 + i)z - (1 - 2i)\bar{z} = 1 - 2i$

### Exercice 3

On considère dans le plan complexe muni du repère orthonormal  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes respectives  $z_A = 3 + i$ ,  $z_B = 1 + 3i$ ,  $z_C = 1 - i$  et  $z_D = \bar{z}_A$ .

- Placer ces points dans le repère.
- À l'aide de nombres complexes calculer  $AB, AC$  et  $BC$ .
- En déduire la nature du triangle  $ABC$ .
- Le jardin potager de M. Mbaye est formé du quadrilatère  $ABCD$  qu'il voudrait clôturer par un fil barbelé en laissant une porte de 0.8 mètre. Le rouleau de 5m de ce fil lui est vendu à 3500 FCFA. (On prendra dans cette question 1 m pour unité)  
Combien va-t-il dépenser pour clôturer son jardin.

### Exercice 4

Soit  $z = x + iy$  où  $x$  et  $y$  sont des réels et  $M$  son image.

$$\text{Soit } Z = \frac{z + 2 - i}{z - i}$$

- Écrire  $Re(Z)$  et  $Im(Z)$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- Déterminer l'ensemble des points  $M(z)$  tel que  $Z$  soit réel.
- Déterminer l'ensemble des points  $M(z)$  tel que  $Z$  soit imaginaire pur.
- Déterminer l'ensemble des points  $M(z)$  tel que  $|Z| = 1$ .

5. Déterminer l'ensemble des points  $M(z)$  tel que  $|Z| = 2$ .

### Exercice 5

Identifier la réponse juste et donner la justification.

1. Pour tout nombre complexe  $z$  et tout réel  $y$ , le conjugué de  $z + iy$  est égale à :

**a)**  $z - iy$       **b)**  $\bar{z} - iy$       **c)**  $z - i\bar{y}$

2. La partie imaginaire du complexe  $z$  est égale à :

**a)**  $\frac{z + \bar{z}}{2}$       **b)**  $\frac{z - \bar{z}}{2i}$       **c)**  $\frac{z - \bar{z}}{2}$

3. Le module du nombre complexe  $z + i$  est égal :

**a)**  $|z| + 1$       **b)**  $\sqrt{z^2 + 1}$       **c)**  $|iz - 1|$

4. Le système  $\begin{cases} (1 - i)z + iz' = 2 - 3i \\ (1 + i)z - (2 + 3i)z' = 3i \end{cases}$

a pour ensemble solution dans  $\mathbb{C}^2$

**a)**  $(2 + i, -i)$       **b)**  $(2 + i, i)$       **c)**  $(2 - i, -i)$

### Exercice 6

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . L'unité graphique est le mètre.

• **M.DIOP** a un terrain de forme rectangulaire dont les dimensions  $x$  et  $y$  sont tels que :

$$(2 + 3i)z + (1 - 3i)\bar{z} = 6 + 3i \text{ où } z = x + iy$$

Il voudrait construire sur ce terrain une école, et pour cela il a besoin de recouvrir toute la superficie de ce terrain avec des carreaux. Le carton de carreaux coûte 14 000 FCFA et peut recouvrir une superficie de  $5m^2$ .

• Le terrain que **M.NDIAYE** possède est situé en plein quartier administratif dont la forme est celle des points  $M$  d'affixes  $z \neq -1 + 2iy$  tel que  $\frac{z - 7 + 4i}{z + 1 - 2i}$  soit un imaginaire pur. Il souhaite l'hypothéquer avec une voiture dont la valeur est estimée à 1 170 000 FCFA. Sachant que son terrain a une valeur de 15000 F CFA le mètre carré.

**Votre travail en tant qu'élève de TS2, consiste à résoudre les tâches suivantes en justifiant votre démarche par un raisonnement bien détaillé.**

**Tâches :**

1. Déterminer une estimation du montant nécessaire pour l'achat des carreaux devant recouvrir entièrement le terrain de **M.DIOP**.
2. **M.NDIAYE** réussira-t-il à être propriétaire de cette voiture?